Colegio España
Concepción 2020
Profesora Karinna Linares Avello
Prof. Integración: Carolina Meriño

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
COLEGIO ESPAÑA - CONCEPCIÓN

Guía de Aprendizaje N°6
Función Cuadrática
Tercero Medio

Nombre: Curso: Fecha:

Objetivo de Aprendizaje:
(OA3) Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c; a \neq 0$: Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.

Importante: No es obligación imprimir esta guía, puedes copiarla y desarrollarla en tu cuaderno, estudiarla desde tu computador o dispositivo móvil. Consultas al correo electrónico karinna@cesp.cl

FUNCIÓN CUADRÁTICA

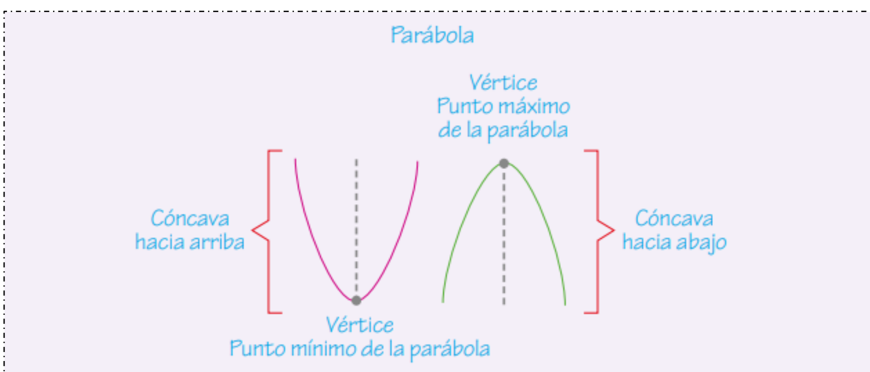
Se dice que una función es **cuadrática** cuando se puede escribir de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \qquad con\ a, b, c \in \mathbb{R}\ y\ a \neq 0$$

Se puede distinguir el término cuadrático ax^2, el término lineal bx y el término independiente c.

La gráfica en el plano cartesiano de una función cuadrática es una **parábola**, curva simétrica que se observa en la figura. Una parábola se dice cóncava hacia arriba si la curva se abre hacia arriba y cóncava hacia abajo si se abre hacia abajo.

Toda parábola posee un punto máximo o mínimo llamado **vértice**, por donde pasa el eje de simetría de la parábola. Este punto será máximo cuando la parábola es cóncava hacia abajo y mínimo cuando es cóncava hacia arriba.

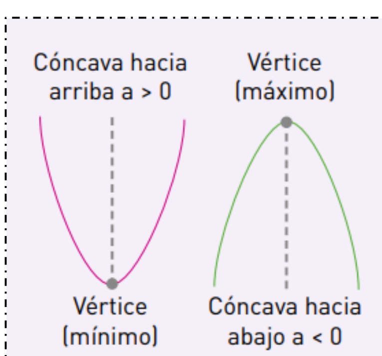


CONCAVIDAD DE LA PARÁBOLA

Al graficar una función cuadrática, se debe considerar el signo del coeficiente "$\boldsymbol{a}$" para determinar la concavidad de la parábola.

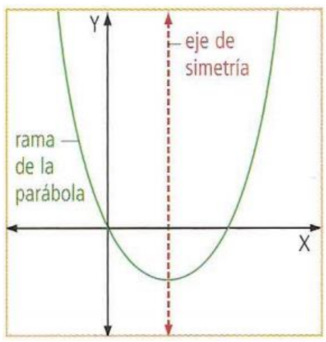
Si $a > 0$, es cóncava hacia arriba, y su vértice es un punto mínimo.

Si $a < 0$, es cóncava hacia abajo, y su vértice es un punto máximo.



EJE DE SIMETRÍA

En la parábola se puede trazar el eje de simetría, el cual la divide en "dos partes iguales" (o ramas congruentes). Es decir, la parábola es una curva simétrica.



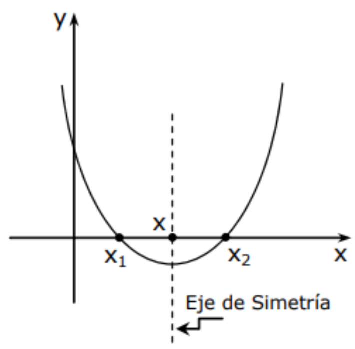


fig. 1

Eje de simetría:

$$\boxed{x = \frac{x_1 + x_2}{2}}$$

o

$$\boxed{x = \frac{-b}{2a}}$$

VÉRTICE DE LA PARÁBOLA

El vértice de la parábola es el punto de intersección de ésta con su eje de simetría.

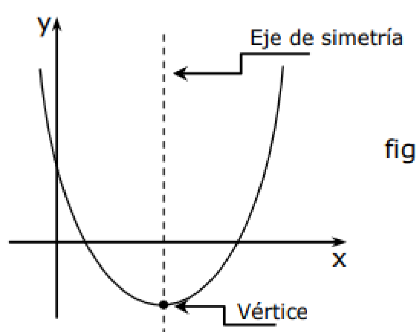


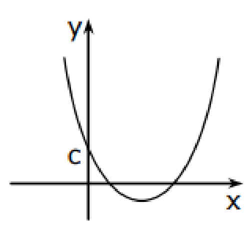
fig. 2

$$\boxed{V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)}$$

$$\boxed{V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)}$$

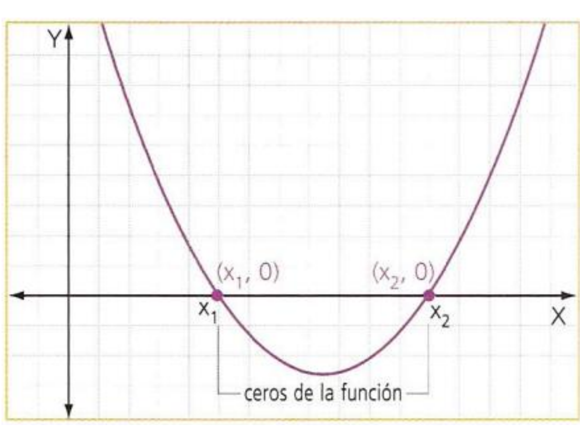
INTERSECCIÓN CON EJE Y

La parábola asociada a la función $y = ax^2 + bx + c$ siempre intersecta al eje de las ordenadas en $y = c$.



CEROS DE LA FUNCIÓN

Los ceros (o raíces) de la función cuadrática son los valores x_1 y x_2 para los cuales $y = 0$. Para obtener estos valores, se debe resolver la ecuación cuadrática asociada a la función.
En la **gráfica de una función cuadrática**, los **ceros** de la función corresponden a aquellos valores en los cuales la parábola intersecta al eje de las abscisas (eje X), como se observa en el siguiente gráfico:



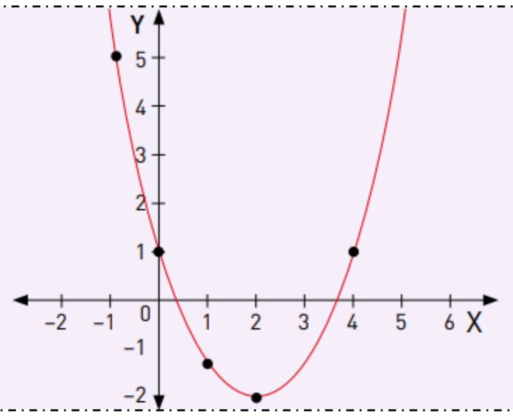
Los **pares ordenados** que representan los **ceros** de la función cuadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, son $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.

GRÁFICA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Se puede esbozar la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ de dos formas:

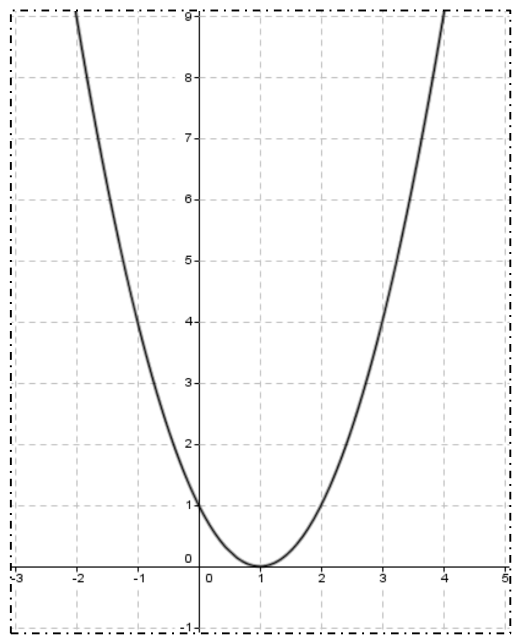
Forma 1: Utilizando una **tabla de valores**, en la que, para algunos valores de x, se calculen los valores de y. Luego, los puntos ubicados en el plano cartesiano se unen a mano alzada de los puntos para esbozar la gráfica de la función.

x	$y = ax^2 + bx + c$
x_1	$y_1 = a \cdot (x_1)^2 + b \cdot (x_1) + c$
x_2	$y_2 = a \cdot (x_2)^2 + b \cdot (x_2) + c$
x_3	$y_3 = a \cdot (x_3)^2 + b \cdot (x_3) + c$
x_4	$y_4 = a \cdot (x_4)^2 + b \cdot (x_4) + c$
⋮	⋮
x_n	$y_3 = a \cdot (x_n)^2 + b \cdot (x_n) + c$



Ejemplo: Para la función $f(x) = x^2 - 2x + 1$

x	$y = f(x) = x^2 - 2x + 1$	(x, y)
-4	$(-4)^2 - 2 \cdot (-4) + 1 = 16 + 8 + 1 = 25$	$(-4, 25)$
-3	$(-3)^2 - 2 \cdot (-3) + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$	$(-3, 16)$
-2	$(-2)^2 - 2 \cdot (-2) + 1 = 4 + 4 + 1 = 9$	$(-2, 9)$
-1	$(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$	$(-1, 4)$
0	$0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$	$(1, 0)$
2	$2^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 4 - 4 + 1 = 1$	$(2, 1)$
3	$3^2 - 2 \cdot 3 + 1 = 9 - 6 + 1 = 4$	$(3, 4)$
4	$4^2 - 2 \cdot 4 + 1 = 16 - 8 + 1 = 9$	$(4, 9)$

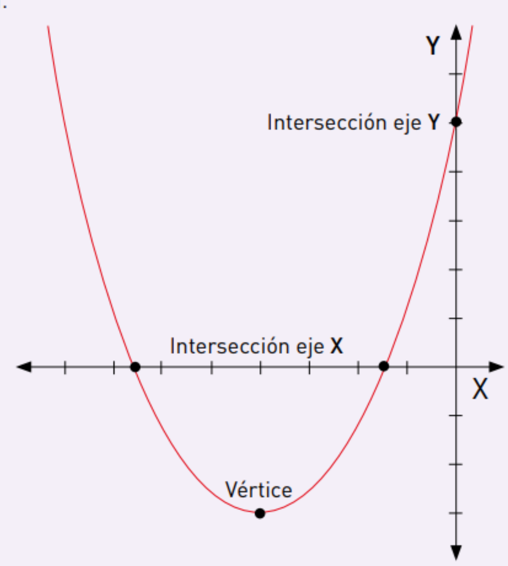


Forma 2: Ubicando los principales puntos de la gráfica, que luego se unen a mano alzada.

Intersección con el eje Y: se ubica en el punto (0, c), donde c corresponde al término independiente de la función.

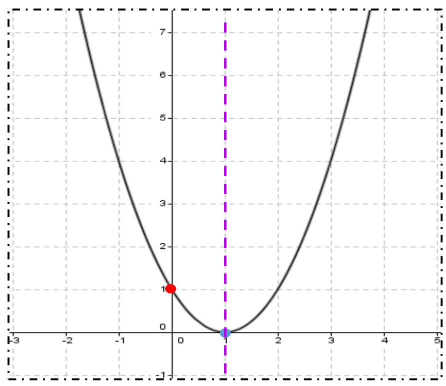
Intersección con el eje X: se ubican en los puntos $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$, donde x_1 y x_2 son soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$. Existen dos, uno o ningún punto de intersección, dependiendo de las soluciones en los números reales de la ecuación.

Vértice de la parábola: es el punto máximo o mínimo de la parábola. Sus coordenadas están dadas por $\left(\frac{-b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{a}\right)$.



Ejemplo: Para la misma función $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Concavidad	$a = 1$, por tanto $a > 0$	Cóncava hacia arriba
Intersección con eje Y	$c = 1$	$(0, 1)$
Intersección con eje X (ceros)	$(x-1)(x-1) = 0$, entonces $x = 1$ (una solución)	$(1, 0)$
Eje de simetría	$x = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$	$x = 1$
Vértice	$V = \left(1, f(1)\right) = (1, 1^2 - 2 \cdot 1 + 1)$	$(1, 0)$



Actividad 1: Construye una tabla de valores para cada una de las siguientes funciones cuadráticas y luego grafica en el plano cartesiano.

a) $f(x) = x^2 - x + 3$
b) $g(x) = x^2 - 6x + 5$
c) $h(x) = x^2 + 9x + 20$
d) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$
e) $g(x) = -x^2 - 3x + 4$
f) $h(x) = 2x^2 + x - 6$

Actividad 2: Analiza las siguientes funciones cuadráticas y luego bosqueja su gráfica. Debes determinar: concavidad, intersección con eje de las ordenadas, intersección con eje de las abscisas, eje de simetría y vértice.

a) $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$
b) $g(x) = x^2 + 8x + 15$
c) $h(x) = -x^2 - 10x - 25$
d) $k(x) = 2x^2 - 5x - 3$

Para complementar: Escanea el código QR desde tu dispositivo móvil o haz click en el link respectivo.

Función Cuadrática I. Concepto y Gráfica con tabla de valores
https://www.youtube.com/watch?v=j_s71R2ZW5k